

1. Didėjančios geometrinės progresijos pirmasis narys lygus 2, o trečiasis lygus 18. Antrasis šios progresijos narys lygus:

A -6 B 6 C 9 D 10

1416105

2. Pradinis stebuklingos pupos aukštis 2 cm. Per parą jos aukštis padvigubėja. Koks bus pupos aukštis po septynių parų?

A 2^7 cm B 2^8 cm C 4^6 cm D 4^7 cm

1417202

3. Kuri iš žemiau aprašytų skaičių sekų $\{b_n\}$, $n \geq 1$, yra **nykstamoji geometrinė progresija**?

A $b_1 = 2, b_{n+1} = b_n - 3$ B $b_1 = 0,01, b_{n+1} = b_n^2$ C $b_1 = 10, b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$

D $b_1 = 1, b_{n+1} = 4b_n$ E $b_1 = -3, b_{n+1} = 5 - 2b_n$

1410106

4. Kurie trys skaičiai **nėra** paeiliui einantys geometrinės progresijos nariai?

A $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \frac{1}{\sqrt{8}}$ B $\frac{1}{\sqrt{16}}, \frac{1}{\sqrt{8}}, \frac{1}{\sqrt{4}}$ C $\frac{1}{\sqrt{4}}, \frac{1}{\sqrt{8}}, \frac{1}{\sqrt{12}}$ D $\frac{1}{24}, \frac{1}{12}, \frac{1}{6}$ E $-1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

1413202

5. Skaičiai $\sqrt[k]{18}, \sqrt[3]{18}, \sqrt{18}$ nurodyta tvarka yra geometrinės progresijos nariai. Tuomet k yra:

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{3}{4}$ C 4 D 5 E 6

1407105

6. $2^{17} - 2^{16} - 2^{15} - \dots - 2^2 - 2^1 - 2^0 =$

A 32762 B 32761 C 2 D 1 E 0

1411205

7. Yra žinomi du pirmieji geometrinės progresijos nariai: $b_1 = 2$ ir $b_2 = 6$. Apskaičiuokite ketvirtąjį šios progresijos narį b_4 . (1 taškas)

1417112

8. Skaičiai $x; 6; 3$ yra iš eilės einantys geometrinės progresijos nariai. Raskite x . (1 taškas)

1417217

9. Geometrinės progresijos $b_1, b_2, b_3, \dots$ pirmųjų n narių suma yra $S_n = 3^n - 1$.

1. Apskaičiuokite b_4 reikšmę.

(1 taškas)

2. Apskaičiuokite šios geometrinės progresijos vardiklį.

(1 taškas)

1418114

10. Geometrinės progresijos bendrojo nario formulė $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

1. Apskaičiuokite pirmąjį progresijos narį.

(1 taškas)

2. Raskite šios progresijos vardiklį.

(1 taškas)

3. Ar gali šios progresijos pirmųjų n narių suma būti lygi 900? Atsakymą argumentuokite.

(3 taškai)

1409209

11. Geometrinės progresijos pirmasis narys lygus 1. Trečiojo ir penktojo narių suma lygi 90. Raskite šios geometrinės progresijos vardiklį. (4 taškai)

1499112

12. Keturi teigiami skaičiai b_1, b_2, b_3 ir b_4 sudaro geometrinę progresiją. Raskite šiuos skaičius, jei $b_1 \cdot b_3 = \frac{4}{9}$ ir $b_2 \cdot b_4 = \frac{4}{81}$. (3 taškai)

1401212

13. Ar skaičiai 1, 7 ir 18 gali būti kurios nors didėjančios geometrinės progresijos nariai (nebūtinai gretimi)? Atsakymą pagrįskite. (4 taškai)

1406119

14. Duoti keturi teigiami skaičiai. Pirmas, antras ir trečias skaičiai sudaro aritmetinę progresiją, o šių skaičių suma lygi 12. Antras, trečias ir ketvirtas skaičiai sudaro geometrinę progresiją, jų suma lygi 19. Raskite šiuos keturis skaičius. (4 taškai)

1414127

15. Trys skaičiai $b_1 = 1, b_2, b_3$ yra mažėjančios geometrinės progresijos nariai. Skaičiai $3b_1, 4b_2, 4b_3$ yra vienas po kito einantys aritmetinės progresijos nariai. Raskite geometrinės progresijos vardiklį. (4 taškai)

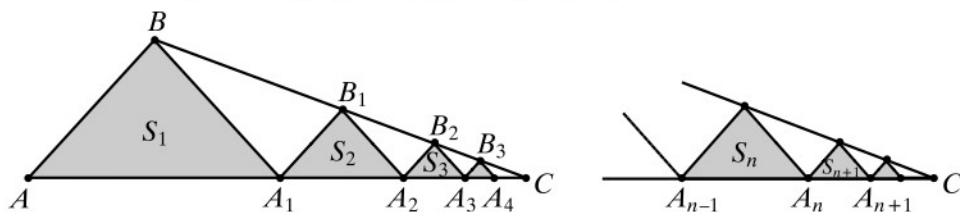
1404111

16. Į lygiakraštį trikampį, kurio kraštinės ilgis a , įbrėžtas apskritimas. Į šį apskritimą įbrėžtas lygiakraštis trikampis, į kurį įbrėžtas apskritimas. Į pastarąjį apskritimą įbrėžtas lygiakraštis trikampis, į kurį vėl įbrėžtas apskritimas ir t. t. Tokiu būdu gauta begalinė apskritimų seka.

- Įrodykite, kad įbrėžtųjų apskritimų ilgių seka $L_1, L_2, \dots, L_n, L_{n+1}, \dots$ yra begalinė nykstamoji geometrinė progresija su vardikliu $q = \frac{1}{2}$. (4 taškai)
- Apskaičiuokite visų įbrėžtųjų apskritimų ilgių sumą. (1 taškas)

1406219

17. Trikampio ABC atkarpoje AC pasirinktas vidurio taškas A_1 , atkarpoje A_1C – vidurio taškas $A_2, \dots$, atkarpoje $A_{n-1}C$ – vidurio taškas A_n ir t. t. Atitinkamai atkarpoje BC pasirenkamas vidurio taškas B_1 , atkarpoje B_1C – vidurio taškas $B_2, \dots$, atkarpoje $B_{n-1}C$ – vidurio taškas B_n ir t. t. Trikampis ABC padalijamas į begalinę aibę trikampių $\triangle ABA_1, \triangle A_1B_1A_2, \dots, \triangle A_{n-1}B_{n-1}A_n, \dots$ kurių plotai atitinkamai žymimi $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ (žr. pav.).



- Įrodykite, kad $\triangle A_n B_n A_{n+1}$ panašus į $\triangle A_{n-1} B_{n-1} A_n$, o jų panašumo koeficientas $k = \frac{1}{2}$. (2 taškai)
- Apskaičiuokite begalinės sumos $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$ reikšmę, kai trikampio ABC plotas lygus 60 cm^2 . (3 taškai)

1410221

18. Gandučių miestelyje yra 32 767 gyventojai. Vienas jo gyventojas 7 val. ryto pasakė naujieną dviem savo pažįstamiems. Po 15 minučių šie du gyventojai perdavė tą naujieną kiekvienas kitiems dviem savo pažįstamiems, dar nežinojusiems jos. Pastarieji keturi vėl po 15 minučių perpasakojo naujieną kiekvienas dviem savo pažįstamiems ir t. t. Tokiu būdu kas 15 minučių naujieną sužinodavo visi kiti nežinojusieji naujienos Gandučių miestelio gyventojai. Kelintą valandą naujieną sužinojo visi miestelio gyventojai?

Pastaba. $32\,767 = 2^{15} - 1$.

(5 taškai)

1407219

19. Jurgita kartą per savaitę patręšia kambarinę gėlę biotrašomis. Yra žinoma, kad trąšų kiekis gėlės vazone per savaitę sumažėja apie 25%.

1. Tarkime, kad Jurgitos prižiūrima gėlė anksčiau nebuvo tręšta biotrašomis. Jurgita kiekvieną šeštadienį patręšia gėlę 10 g biotrašų. Biotrašos veikia efektyviai tik tada, kai jų kiekis vazone iki kito tręšimo momento visą laiką yra didesnis nei 20 g. Apskaičiuokite, po kelių patręšimų tokiu būdu tręšiant gėlę trąšos ims veikti efektyviai visą laiką. (2 taškai)
2. Parašykite formulę, pagal kurią galima būtų apskaičiuoti trąšų kiekį vazone po kiekvieno patręšimo. (2 taškai)
3. Kai biotrašų kiekis viršija 50 g, gėlė ima džiūti dėl per didelio trąšų kiekio. Ar gali Jurgita ir toliau pastoviai šeštadieniais tręsti jos prižiūrimą gėlę pasirinktu būdu? (2 taškai)

1401121