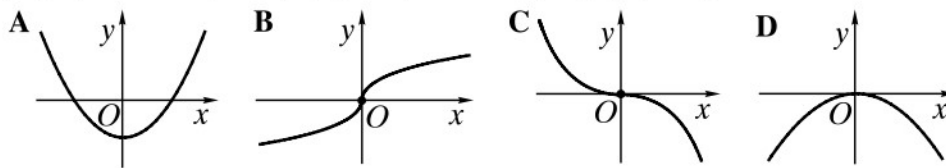


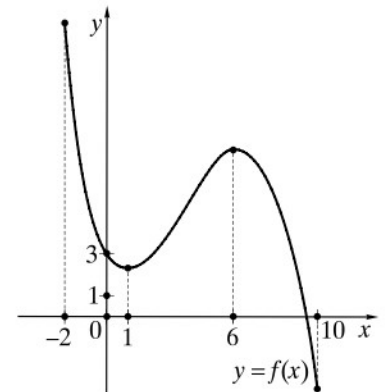
1. Viename iš pateiktų paveikslų pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Nurodykite, kuriame, jeigu yra žinoma, kad $f'(x) > 0$, kai $x < 0$, ir $f'(x) < 0$, kai $x > 0$.



2917109

2. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Nustatykite, kuris iš pateiktų teiginių apie funkcijos $y = f(x)$ išvestinę yra teisingas:

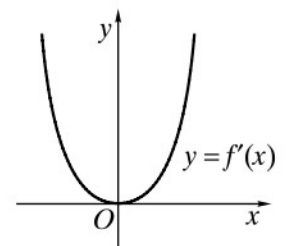
- A $f'(8) > 0$ B $f'(4) = 0$ C $f'(0) = 3$
D $f'(x) < 0$, kai $x \in (2; 5)$ E $f'(-1) < 0$



2909202

3. Funkcijos $y = f(x)$ išvestinės grafiko eskizas yra paveiksle pavaizduota parabolė. Kuris iš teiginių yra **klaidingas**?

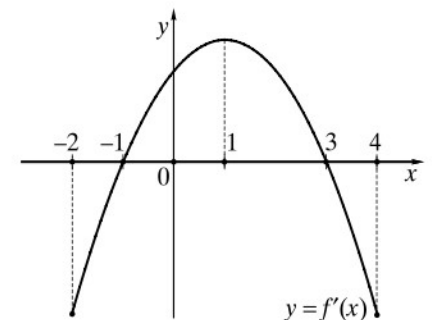
- A Funkcija $y = f(x)$ turi vieną kritinį tašką.
B Funkcija $y = f(x)$ yra nelyginė.
C Funkcijos $y = f(x)$ apibrėžimo sritis sutampa su funkcijos reikšmių sritimi.
D Funkcija $y = f(x)$ yra didėjanti.
E Funkcijos $y = f(x)$ reikšmės priklauso intervalui $[0; +\infty)$.



2913211

4. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ išvestinės grafikas. Nustatykite, kuris iš žemiau pateiktų teiginių apie funkciją $y = f(x)$ yra **teisingas**.

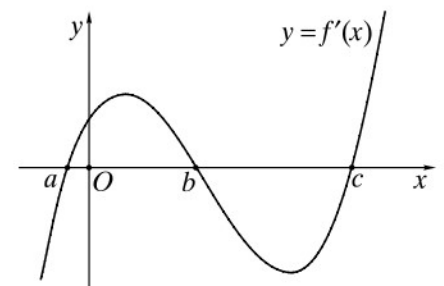
- A $x = 3$ yra funkcijos $y = f(x)$ minimumo taško abscisė
B Funkcijos $y = f(x)$ reikšmės mažėja, kai $x \in (-1; 3)$
C $x = -1$ yra funkcijos $y = f(x)$ maksimumo taško abscisė
D Funkcija $y = f(x)$ neturi ekstremumo taškų
E $x = -1$ yra funkcijos $y = f(x)$ minimumo taško abscisė



2909105

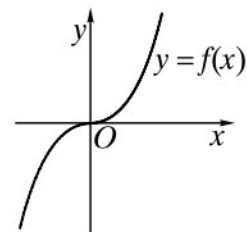
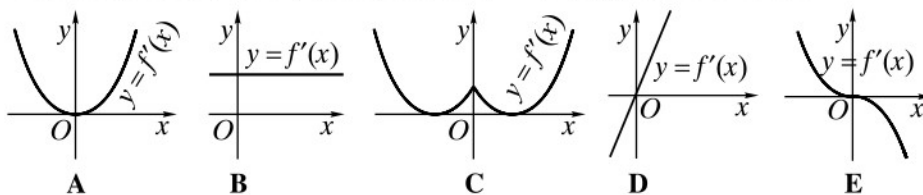
5. Funkcijos $f(x)$ išvestinės grafikas kerta Ox ašį taškuose a , b ir c . Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x)$ išvestinės grafiko eskizas. Kuris teiginys apie funkciją $f(x)$ yra teisingas?

- A c yra funkcijos $f(x)$ maksimumo taškas
B Funkcija $f(x)$ turi tik du ekstremumo taškus
C Funkcijos $f(x)$ minimumo taškas yra intervale $(b; c)$
D a yra funkcijos $f(x)$ minimumo taškas



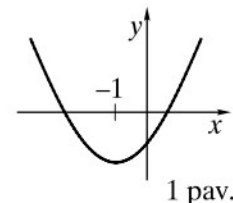
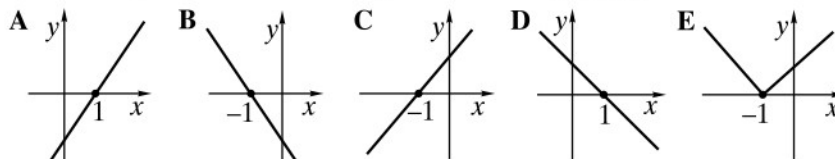
2915209

6. Dešinėje pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafiko eskizas. Kuris iš pateiktų eskizų yra funkcijos $y = f'(x)$ grafiko eskizas?



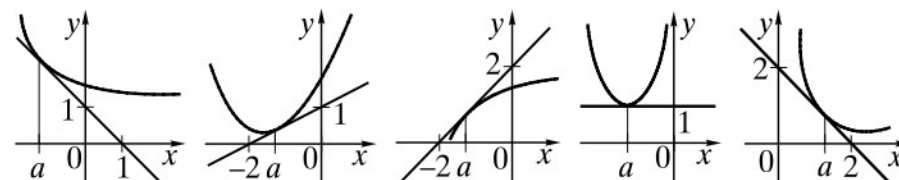
2912112

7. Funkcijos $f(x)$ grafikas yra 1 paveiksle pavaizduota parabolė. Kuriame paveiksle pavaizduotas funkcijos išvestinės $f'(x)$ grafikas?



2907207

8. Paveiksle pavaizduoti funkcijų grafikų eskizai ir jų liestinės taške, kurio abscisė $x = a$.



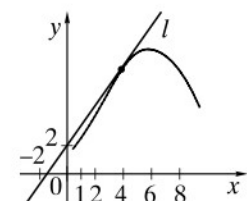
Nurodykite teisingą teiginį.

- A $f'_1(a) = 1$ B $f'_2(a) = 1$ C $f'_3(a) = 1$ D $f'_4(a) = 1$ E $f'_5(a) = 1$

2905108

9. Paveiksle pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafiko eskizas. Liestinė l nubrėžta per tašką, kurio abscisė lygi 4. Kuris iš žemiau pateiktų teiginių yra klaidingas?

- A $f'(6) = 0$ B $f'(4) = 1$ C Kai $x \in (1; 4)$, tai $f'(x) > 0$
D Kai $x \in (6; 8)$, tai $f'(x) < 0$ E Kai $x \in (4; 6)$, tai $f'(x) < 0$



2904103

10. Funkciją $y = f(x)$ Viltė tyrė naudodamasi tokia lentele:

x	$(-\infty; 2)$	2	$(2; 6)$	6	$(6; +\infty)$
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$
$f(x)$		5		1	

Viltė teisingai nustatė, kad funkcijos $y = f(x)$ minimumo taško koordinatės yra:

- A (6; 0) B (5; 2) C (2; 5) D (6; 1) E (1; 6)

2910203

11. Lentelėje pateikta informacija apie funkcijos $f(x)$ išvestinės $f'(x)$ reikšmes.

x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 1)$	1	$(1; 6)$	6	$(6; +\infty)$
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$

1. Užrašykite funkcijos $f(x)$ reikšmių didėjimo intervalą (-us). (1 taškas)

2. Užrašykite funkcijos $f(x)$ minimumo tašką (-us). (1 taškas)

2915115

12. Kuriame taške funkcijos $y = e^x$ grafiko liestinė yra lygiagreti su tiese $y = x + 5$? (1 taškas)

2916216

13. Parašykite funkcijos $f(x) = 2 \cdot e^{-x}$ grafiko liestinės, nubrėžtos per tašką $M(0, 2)$, lygtį. (2 taškai)

2907111

14. Per funkcijos $y = f(x)$ grafiko tašką $(\sqrt{3}; 2)$ nubrėžta liestinė. Žinoma, kad $f'(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$.

1. Raskite kampo, kurį sudaro ši liestinė su Ox ašimi, didumą. (1 taškas)

2. Parašykite šios liestinės lygtį. (1 taškas)

2915216

15. Duota funkcija $f(x) = 2 \sin x + x$.

1. Raskite funkcijos išvestinę. (1 taškas)

2. Apskaičiuokite funkcijos $y = f(x)$ grafiko liestinės, nubrėžtos taške $(\pi; \pi)$, krypties koeficientą. (1 taškas)

2908111

16. Vandens lygis d (metrais) uoste laiko momentu t paros laikotarpyje, pradedant nuo vidurnakčio, apskaičiuojamas pagal formulę $d(t) = 10 + 1,8 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, $0 \leq t \leq 24$.

1. Apskaičiuokite vandens lygį uoste 9 valandą ryto. (1 taškas)

2. Nustatykite didžiausią galimą d reikšmę. (1 taškas)

2915117

17. Apskaičiuokite funkcijos $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$ kritinių taškų sumą. (2 taškai)

2914120

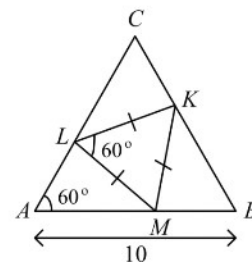
18. Dviejų dviratininkų judėjimas apibūdinamas dėsniais, išreiškiamais formulėmis $s_1(t) = t^2 + 10t$ ir $s_2(t) = 2t^2 + 7t + 2$. (s_1 ir s_2 – kelias kilometrais, t – laikas valandomis). Po kiek laiko dviratininkų greičiai bus lygūs? (2 taškai)

2914113

19. Raskite didžiausią reikšmę, kurią įgyja trupmena $\frac{1}{x^2+x+1}$. (3 taškai)

2904210

20. Lygiakraščio trikampio ABC kraštinės ilgis lygus 10. Kraštinėse BC , AC ir AB pasirinkti taškai K , L ir M taip, kad trikampis KLM yra lygiakraštis (žr. pav.).



1. Pagrįskite, kad $\angle AML = \angle CLK$. (1 taškas)
2. Pagrįskite, kad trikampiai AML ir CLK yra lygūs. (1 taškas)
3. Pažymėję atkarpos AM ilgį x , o atkarpos LM ilgį y , pagrįskite, kad $y = \sqrt{3x^2 - 30x + 100}$, $0 \leq x \leq 10$. (2 taškai)
4. Nustatykite, su kuria x reikšme LM ilgis yra mažiausias. (3 taškai)

2915122

21. Apskaičiuokite funkcijos $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ didžiausią reikšmę ir mažiausią reikšmę intervale $[0; 2]$. (3 taškai)

2911118

22. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) + \sin x$ reikšmes intervale $[0; \frac{\pi}{2}]$. (5 taškai)

2913227

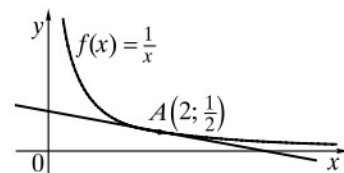
23. Duota funkcija $f(x) = \frac{x^2 \log_2 x - \log_2 x}{x-1}$.
1. Apskaičiuokite $f(2)$. (1 taškas)
 2. Apskaičiuokite $f'(4)$. (2 taškai)
 3. Raskite didžiausią funkcijos $f(x)$ reikšmę intervale $[2; 8]$. (2 taškai)

2918121

24. Funkcijos $f(x) = -x(2x - b) + c$ grafikas yra parabolė.
1. Raskite $f'(x)$. (1 taškas)
 2. Parabolės viršūnės koordinatės yra $(-1; -8)$. Raskite b ir c reikšmes. (3 taškai)

2900212

25. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = \frac{1}{x}$ grafikas.

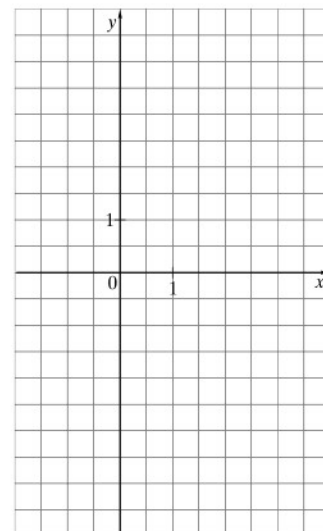


1. Per tašką $A(2; \frac{1}{2})$ nubrėžta funkcijos $f(x)$ grafiko liestinė (žr. pav.). Užrašykite šios liestinės lygtį. (2 taškai)
2. Funkcijos $g(x) = f(x+a) + b$, kai $a > 0$, grafikui priklauso taškai $B(1; 0)$ ir $C(-1; \frac{2}{3})$. Raskite a ir b reikšmes. (2 taškai)

2917224

26. Duota funkcija $f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2(x+1)$.

1. Nustatykite funkcijos $y = f(x)$ grafiko ir koordinačių ašių bendrą tašką koordinatės. (2 taškai)
2. Parodykite, kad $f'(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x$. (2 taškai)
3. Nustatykite funkcijos $y = f(x)$ reikšmių didėjimo ir mažėjimo intervalus. (2 taškai)
4. Duotoje koordinačių sistemoje nubraižykite funkcijos $f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2(x+1)$, $x \in [-2; 4]$, grafiką. Aiškiai pažymėkite koordinačių ašių ir grafiko bendrus taškus, funkcijos ekstremumus. (2 taškai)



2910118

27. Apskaičiuokite absceses tašką, per kuriuos nubrėžta funkcijos $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 7x - 4$ grafiko liestinė su ašimi Ox sudaro 45° kampą. (3 taškai)

2912233

28. Duota funkcija $f(x) = x^3 - x$, $x \in R$.

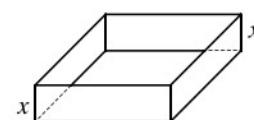
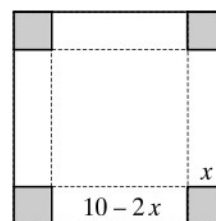
1. Kuriuose taškuose šios funkcijos grafikas kerta ašį Ox ? (2 taškai)
2. Kuriame plokštumos xOy taške duotosios funkcijos grafiko liestinė su teigiamąja ašies Ox kryptimi sudaro 135° kampą? (3 taškai)

2903214

29. Įrodykite, kad iš visų ritinių, kurių pagrindo spindulio ilgis lygus r , o aukštinės ilgis yra $1 - r$, didžiausias tūris ritinio, kurio pagrindo spindulio ilgis $r = \frac{2}{3}$. (3 taškai)

2912232

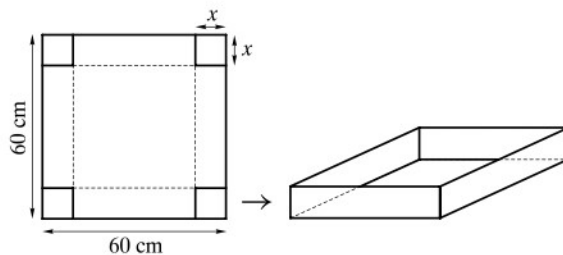
30. Kvadratinio popieriaus lapo kraštinės ilgis yra 10 cm. Lapo kampuose buvo iškirpti vienodo dydžio kvadratai (paveiksle šie kvadratai pilki). Užlenkus gautos išklotinės šonus, buvo išlankstyta stačiakampio gretasienio formos dėžutė be dangčio. Dėžutės aukštis x cm; $x \in (0; 5)$.



1. Dėžutės tūrį pažymėkime $V(x)$. Įrodykite, kad $V(x) = 4x^3 - 40x^2 + 100x$. (1 taškas)
2. Su kokia x reikšme dėžutė yra kubo formos? (1 taškas)
3. Įrodykite, kad dėžutės tūris bus didžiausias, kai $x = \frac{5}{3}$. (3 taškai)

2917219

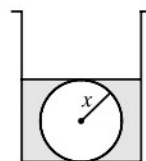
31. Iš kvadratinio kartono lapo $60\text{ cm} \times 60\text{ cm}$ gaminame atvirą stačiakampio gretasienio formos dėžutę taip: pirmiausia kampuose iškerpame lygius kvadratėlius, o po to sulankstome pagal punktyrines linijas (žr. pav.).



1. Pažymėję iškirpto kvadratėlio kraštinės ilgį $x\text{ cm}$, parodykite, kad šios dėžutės be dangčio tūrį galima apskaičiuoti pagal formulę $V(x) = 4x^3 - 240x^2 + 3600x$, kai $0 < x < 30$. (2 taškai)
2. Nustatykite, su kuria x reikšme dėžutės tūris bus didžiausias. (3 taškai)

2909213

32. Į ritinio formos indą, kurio pagrindo spindulys 6, įdėtas metalinis rutuliukas. Į indą įpilta tiek vandens, kad jo paviršius liečia rutuliuką.



1. Pažymėję rutuliuko spindulio ilgį x , įrodykite, kad taip įpildo į indą vandens tūris yra $V(x) = 72\pi x - \frac{4}{3}\pi x^3$, $0 < x < 6$. (2 taškai)
2. Koks turi būti rutuliuko spindulio ilgis x , kad taip įpildo į indą vandens tūris būtų didžiausias? (2 taškai)

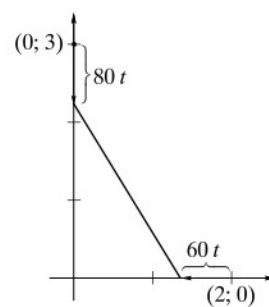
2914124

33. Reikia pagaminti 250 dm^3 tūrio stačiakampio gretasienio formos stiklinį akvariumą, kurio viena pagrindo kraštinė būtų 5 dm ilgio.

1. Antrosios pagrindo kraštinės ilgį pažymėkime x . Nekreipdami dėmesio į stiklo ir sandūrų storį, parodykite, kad akvariumui pagaminti reikalingo stiklo ploto S priklausomybė nuo x yra $S(x) = 5x + 100 + \frac{500}{x}$. (2 taškai)
2. Kokie turi būti akvariumo matmenys decimetrais, kad jam pagaminti būtų sunaudota mažiausiai stiklo? (4 taškai)

2900216

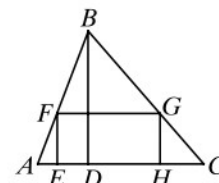
34. Dviem keliais prie sankryžos artėja du automobiliai pastoviais 60 km/h ir 80 km/h greičiais. Tarkime, kad keliai tiesūs, susikerta stačiu kampu ir pradinio laiko momentu automobiliai nuo sankryžos yra nutolę atitinkamai 2 km ir 3 km .



1. Pažymėkime $S(t)$ atstumo tarp automobilių kvadratą, kur t – laikas va-landomis. Parodykite, kad $S(t) = 100^2 t^2 - 720t + 13$. (2 taškai)
2. Po kiek laiko atstumo tarp automobilių kvadratas bus mažiausias? (3 taškai)
3. Raskite mažiausią atstumą tarp automobilių. (1 taškas)

2900116

35. Į trikampį ABC , kurio pagrindo kraštinės AC ilgis 10 cm , o aukštinės BD ilgis 8 cm , įbrėžtas stačiakampis $EFGH$ (žr. pav.). Šio stačiakampio dvi viršūnės yra trikampio pagrindo kraštinėje, o kitos dvi – kitose trikampio kraštinėse.

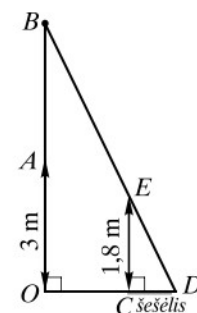


1. Sakykime, EF ilgis $x\text{ cm}$. Įrodykite, kad stačiakampio $EFGH$ plotas yra $S = \frac{5}{4}(8x - x^2)$. (2 taškai)
2. Kokio didžiausio ploto stačiakampį galima įbrėžti į trikampį ABC ? (3 taškai)

2906115

36. Iš cirko arenos centro O pastoviu 1 m/s greičiu tiesia linija pradeda eiti $1,8 \text{ m}$ ūgio artistas. Tuo pačiu metu virš arenos centro 3 m aukštyje (taške A) kabojęs šviečiantis prožektorius 3 m/s greičiu kyla vertikaliai aukštyn. Po 3 sekundžių ir artistas (taške C), ir prožektorius (taške B) nustoja judėti.

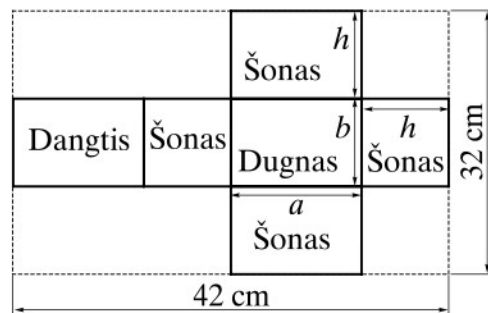
1. Parodykite, kad artisto šešėlio ilgis l laiko momentu t yra $l(t) = \frac{1,8t}{1,2+3t}$, $0 \leq t \leq 3$. (3 taškai)
2. Kuriuo laiko momentu ($0 \leq t \leq 3$) artisto šešėlis yra ilgiausias? (3 taškai)



2908219

37. Iš stačiakampio kartono lapo, kurio matmenys yra 42 cm ir 32 cm , gaminama stačiakampio gretasienio formos $h \text{ cm}$ aukščio dėžutė su dangčiu (dangtis ir dugnas yra vienodi). Paveiksle pavaizduota šios dėžutės išsklotinė.

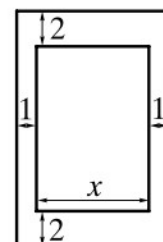
1. Dėžutės dugno plotis b lygus $32 - 2h$. Išreikškite dėžutės dugno ilgį a per h . (1 taškas)
2. Pagrįskite, kad šios dėžutės tūris $V(h) = 2h^3 - 74h^2 + 672h$, $0 \leq h \leq 16$. (1 taškas)
3. Nustatykite, su kuria h reikšme šios dėžutės tūris yra didžiausias. (3 taškai)
4. Apskaiciuokite dėžutės tūrį, jeigu jos dugnas yra kvadratas. (2 taškai)



2915219

38. Stačiakampį namo kiemą sudaro 72 m^2 ploto stačiakampė dekoratyvinė pievelė ir grįstas takas apie ją. Išilgai vienos poros priešingų pievelės kraštinių tako plotis yra 2 m , o išilgai kitos poros priešingų kraštinių 1 m (žr. pav.).

1. Pievelės kraštinės ilgį prie 2 m pločio tako pažymėkite x . Parodykite, kad kiemo plotas $S(x) = 4x + \frac{144}{x} + 80 \text{ m}^2$. (2 taškai)
2. Raskite, kokio ilgio ir pločio kiemo plotas yra mažiausias. (5 taškai)



2999116

39. Uždaros stačiakampio gretasienio formos dėžės pagrindas – kvadratas, dėžės tūris 320 dm^3 . Medžiagos, iš kurios padarytas dėžės dangtis ir dugnas, 1 dm^2 yra 5 kartus brangesnis už sienoms sunaudotos medžiagos 1 dm^2 .

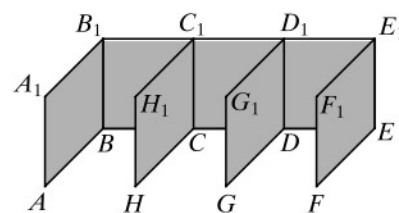
1. Parodykite, kad tokiai dėžei pagaminti reikalingos medžiagos kaina $g(x)$ nusakoma formule: $g(x) = k \left(10x^2 + \frac{1280}{x} \right)$, čia k – sienos medžiagos 1 dm^2 kaina litais, x – pagrindo kraštinės ilgis decimetrais. (3 taškai)
2. Kokie turi būti šios dėžės matmenys, kad išlaidos medžiagoms būtų mažiausios? (2 taškai)

2905116

40. Jonas nori aptverti stačiakampio formos 242 m^2 ploto sklypą. Iš vienos pusės sklypas turi būti aptvertas gyvatvore, iš kitų trijų – tvora. Vieno metro gyvatvorės kaina yra 75 Eur , vieno metro tvoros kaina – 25 Eur . Ar užteks 2100 Eur šiam sklypui aptverti? Atsakymą pagrįskite. (4 taškai)

2901222

41. Parodų centre planuojama pastatyti stačiakampio gretasienio formos paviljoną $AA_1B_1BFF_1E_1E$ (žr. pav.), turintį tik galinę sieną BB_1E_1E , šonines sienas AA_1B_1B ir FF_1E_1E , pertvaras HH_1C_1C ir GG_1D_1D . Kokio didžiausio tūrio 3 m aukščio paviljoną su pertvaromis galima pastatyti už 1200 Lt, jei galinės ir šoninių sienų 1 m^2 kaina yra 20 Lt, o pertvaros 1 m^2 kaina – 10 Lt? Skaičiuodami tūrį, į sienų ir pertvarų storį neatsižvelkite. (4 taškai)



2904219

42. Kompanija „Eja“ per dieną pagamina x tonų produkcijos, kurios gamavimo kaštai (eurais) apskaičiuojami pagal formulę: $K(x) = 0,45x^2 + 40x + 2000$. Produkcijos vienos tonos pardavimo kaina – 220 eurų. Kiek tonų produkcijos reikėtų pagaminti per dieną, kad ją pardavus būtų gautas didžiausias pelnas? (4 taškai)

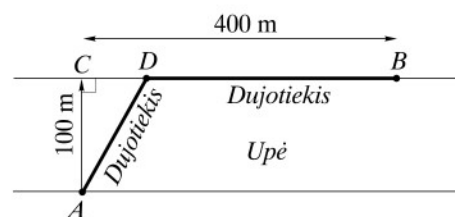
2907215

43. Vienos valandos pasivažinėjimas išsinuomotu automobiliu kainuoja $18 + \frac{v^2}{200}$, kai važiuojama pastoviu greičiu v , matuojamu kilometrais per valandą.

- Įrodykite, kad vieno kilometro pasivažinėjimo išsinuomotu automobiliu kaina lygi $K(v) = \frac{18}{v} + \frac{v}{200}$. (1 taškas)
- Raskite mažiausią $K(v)$ reikšmę, kai $10 \leq v \leq 90$. (4 taškai)

2916218

44. Dujotiekis turi būti nutiestas iš taško A viename upės krante į gyvenvietę kitame upės krante – tašką B (žr. pav.). Dujotiekį galima tiesti arba tik upe, arba ir upe, ir sausuma palei upės krantą. Atstumas nuo taško A iki artimiausio jam taško C kitame upės krante lygus 100 m. Taškas B yra nutolęs nuo taško C 400 m atstumu. Nutiesti vieną metrą dujotiekio sausumoje kainuoja 120 Eur, o upėje – 25 proc. brangiau negu sausumoje.



- Pažymėję atstumą $CD = x$ m parodykite, kad dujotiekio tiesimo iš taško A į tašką B kaina (eurais) yra $K(x) = 30(5\sqrt{10000 + x^2} - 4x + 1600)$, $0 \leq x \leq 400$. (2 taškai)
- Nustatykite x reikšmę, su kuria dujotiekio tiesimo iš taško A į tašką B kaina būtų mažiausia. (3 taškai)

2908120

45. Ilgio L vielos gabalas padalytas į dvi dalis, kurių ilgiai x ir $L - x$. Iš ilgio x gabalo išlankstytas lygiakraštis trikampis, o iš ilgio $L - x$ gabalo – kvadratas.

- Parodykite, kad trikampio ir kvadrato plotų suma yra $S(x) = \frac{4\sqrt{3}+9}{144}x^2 - \frac{L}{8}x + \frac{L^2}{16}$. (3 taškai)
- Su kuria x reikšme trikampio ir kvadrato plotų suma bus didžiausia ir su kuria mažiausia? (4 taškai)

2999216

46. Kiekvieną sekundę į rutulio formos balioną įpučiama po 9000 cm^3 oro.

1. Parodykite, kad baliono skersmuo D (cm) po t sekundžių apskaičiuojamas pagal formulę

$$D = 30 \sqrt[3]{\frac{2t}{\pi}}. \quad (2 \text{ taškai})$$

2. Koks bus baliono skersmens ilgis (cm) po 4 s? Atsakymą užrašykite 1 cm tikslumu. (1 taškas)

3. Apskaičiuokite baliono skersmens kitimo momentinį greitį $\left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)$ laiko momentu $t = 4$ s.

Atsakymą užrašykite 0,1 $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ tikslumu. Laikykite, kad $\pi \approx 3,14$, $\sqrt[3]{\pi} \approx 1,46$. (2 taškai)

2904216

47. Duotas stačiakampis gretasienis $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

1. Nubrėžta plokštuma, einanti per taškus A_1 , D_1 , C .

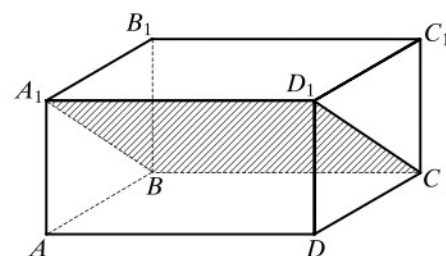
Įrodykite, kad tiesė $B_1 C_1$ yra lygiagreti plokštumai $A_1 D_1 C B$. (1 taškas)

2. Plokštuma $A_1 D_1 C B$ su pagrindo $ABCD$ plokštuma sudaro 30° kampą ir $AB = a$. Parodykite, kad

$$AA_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} a. \quad (1 \text{ taškas})$$

3. Įrodykite, kad iš visų stačiakampių gretasienių, tenkinančių sąlygas $AB = a$, $AA_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} a$, $AD = 2 - a$, didžiausią tūrį turi gretasienis, kurio briauna $AB = \frac{4}{3}$. (3 taškai)

4. Apskaičiuokite šio gretasienio tūrį. (1 taškas)



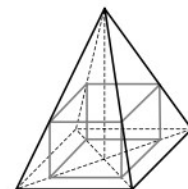
2907118

48. 9 m atkarpoje, jungiančioje du taškinius šviesos šaltinius, vienas iš kurių aštuonis kartus stipresnis už kitą, raskite mažiausiai apšviestą tašką. Apšviestumo dėsnis: apšviestumas tiesiog proporcingas šaltinio šviesos stiprumui ir atvirkščiai proporcingas atstumo iki šviesos šaltinio kvadratumui.

(5 taškai)

2901122

49. Į taisyklingą keturkampę piramidę, kurios pagrindo kraštinės ilgis 6 cm, o aukštinės – 12 cm, įbrėžiama taisyklingoji prizmė, kurios viršutinio pagrindo viršūnės yra piramidės briaunose (žr. pav.). Kokio didžiausio tūrio prizmę galima įbrėžti? (6 taškai)



2902118

50. Iš 10 m^2 brezento norima pasiūti vaikišką keturšlaitę taisyklingos piramidės pavidalo palapinę su dugnu (į medžiagos, reikalingos siūlėms ir atraižoms, sąnaudas nekreipkite dėmesio).

1. Pažymėję piramidės pagrindo kraštinės ilgį x , įrodykite, kad piramidės tūrį galima apskaičiuoti

$$\text{pagal formulę } V(x) = \frac{x \cdot \sqrt{10(10-2x^2)}}{6}. \quad (3 \text{ taškai})$$

2. Koks turi būti piramidės pagrindo kraštinės ilgis x , kad pasiūtume didžiausio tūrio palapinę? (3 taškai)

2903217

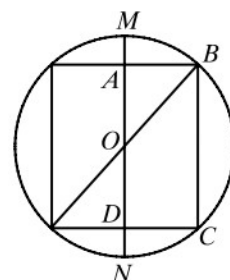
51. Sakykime, kad reikia pagaminti uždara 300 cm^3 talpos ritinio formos dėžutę produktams laikyti.

1. Parodykite, kad šios dėžutės viso paviršiaus ploto $S \text{ cm}^2$ priklausomybę nuo jos pagrindo spindulio ilgio $x \text{ cm}$ galima užrašyti taip: $S(x) = 2 \left(\frac{300}{x} + \pi x^2 \right)$, $x > 0$. (2 taškai)
2. Parodykite, kad šios uždaros ritinio formos dėžutės viso paviršiaus plotas yra mažiausias, kai $x = \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}} \text{ cm}$. (3 taškai)
3. Nustatyta, kad žinomos talpos uždaro ritinio formos dėžutės viso paviršiaus plotas yra mažiausias, kai dėžutės aukščio ir pagrindo spindulio santykis lygus pastoviam skaičiui C (t. y. C reikšmė nepriklauso nuo dėžutės talpos). Remdamiesi 1 ir 2 užduočių duomenimis, apskaičiuokite skaičiaus C reikšmę. (2 taškai)

2909117

52. Duota sfera, kurios paviršiaus plotas yra lygus 27π . Į šią sferą įbrėžtas ritinis. Paveiksle pavaizduotas šių kūnų kombinacijos ašinis pjūvis.

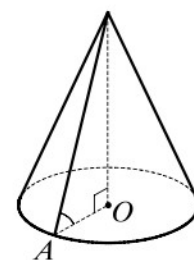
1. Pažymėkime $AD = x$. Parodykite, kad ritinio tūris $V = \frac{\pi}{4}(27x - x^3)$. (2 taškai)
2. Kokio didžiausio tūrio ritinį galime įbrėžti į duotąją sferą? (4 taškai)



2906217

53. Kūgio sudaromoji SA pasvirusi į pagrindo plokštumą kampą α (žr. pav.). Sudaromosios ilgis yra 6.

1. Apskaičiuokite kūgio šoninio paviršiaus plotą, kai $\alpha = \frac{\pi}{3}$. (2 taškai)
2. Pažymėkime kūgio tūrį $V(\alpha)$. Įrodykite, kad $V(\alpha) = 72\pi(\sin \alpha - \sin^3 \alpha)$; čia $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$. (3 taškai)
3. Įrodykite, kad kūgio tūris $V(\alpha)$, $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$, yra didžiausias, kai $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, t. y. $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$. (3 taškai)
4. Remdamiesi 24.2 uždavinyje pateikta formule, apskaičiuokite kūgio tūrį $V(\alpha)$, kai $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$. Atsakymą užrašykite pavidalu $a\sqrt{b} \cdot \pi$; čia a ir b – sveikieji skaičiai. (1 taškas)

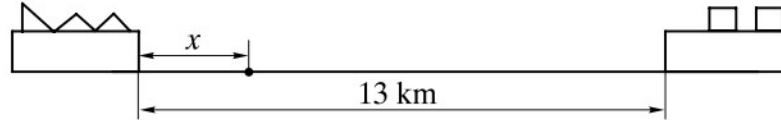


2917124

54. Pirklys Vakarų uoste už 1500 aukso monetų pasamdė laivą, kuris turi nuplukdyti jo prekes į vietovę, nutolusią nuo Vakarų uosto 1000 km atstumu. Su laivo savininku jis sutarė, kad šis už kiekvieną kelyje išbūtą valandą grąžins pirkliui po 9 auksines monetas. Tariama, kad visą kelią laivas plauks pastoviu greičiu. Kai šis greitis lygus $v \text{ km/h}$, tai kelio gale laivo savininkas privalo laivo komandai išmokėti premiją, lygią $10v$ auksinių monetų. Kokiu greičiu turi plaukti laivas, kad laivo savininko pelnas būtų maksimalus? Kam lygus šis pelnas? (6 taškai)

2904118

55. Tarp dviejų gamyklų yra 13 km atstumas. Nustatyta, kad šių gamyklų skleidžiamų kenksmingų medžiagų koncentracija aplink jas yra atvirkščiai proporcinga skaičiui, vienetu didesniai negu atstumas iki gamyklos. Pirmosios gamyklos skleidžiamų kenksmingų medžiagų koncentracijos proporcingumo koeficientas lygus c (c – pastovus teigiamas skaičius $c > 0$), o antrosios gamyklos – 4 kartus didesnis negu pirmosios. Nustatykite, kokių atstumu x (km) (žr. pav.) nuo pirmosios gamyklos abiejų gamyklų skleidžiamų kenksmingų medžiagų koncentracija yra mažiausia. (4 taškai)



2910222

56. Brilianto kaina tiesiogiai proporcinga jo masės kvadratui. Briliantas, kurio masė p karatų (1 karatas = 0,2 g), buvo padalytas į dvi dalis. Dėl to jo kaina sumažėjo n kartų. Apskaičiuokite abiejų brilianto dalių masę. Įrodykite, kad didžiausias nuostolis būna tada, kai briliantas padalijamas į dvi vienodos masės dalis. (7 taškai)

2902219