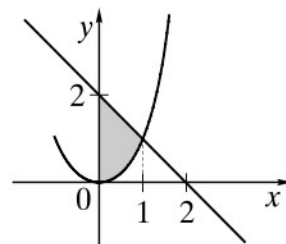


1. Funkcijos $f(x) = e^x + 1$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $(0; 2)$, yra:
A $F(x) = e^x$ **B** $F(x) = e^x + 1$ **C** $F(x) = e^x + x + 1$ **D** $F(x) = e^x + x - e^2 - 2$
E $F(x) = e^x + x$

3009103

2. Paveiksle pilkai nuspaltintą figūrą riboja funkcijų $y = 2 - x$ ir $y = x^2$ grafikai bei ordinačių ašis. Kurio reiškinio reikšmė lygi šios figūros plotui?



A $\int_0^1 (x^2 - 2 + x) dx$ **B** $\int_0^1 (2 - x - x^2) dx$
C $\int_0^1 (2 - x + x^2) dx$ **D** $\int_0^1 (x^2 - 2 - x) dx$

3017207

3. $\int_1^3 x dx =$

A 9 **B** 8 **C** 5 **D** 4 **E** 2

3000103

4. $\int_0^2 \sqrt{2x} dx =$

A $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ **B** 6 **C** $\frac{8}{3}$ **D** $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ **E** $\frac{4}{3}$

3001208

5. Apskaičiuokite $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt[4]{x}}$.

A $\frac{25}{3}$ **B** $\frac{28}{3}$ **C** $\frac{29}{3}$ **D** $\frac{32}{3}$ **E** $\frac{35}{3}$

3012210

6. $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x} dx =$

A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{3}{2} + \ln 2$ **C** $\frac{3}{4}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** $2\frac{3}{4} + \ln 2$

3001109

7. Apskaičiuokite $\int_0^4 (f(x) + 2x) dx$, kai $\int_0^4 f(x) dx = 12$.

(1 taškas)

3015217

8. Duota funkcija $g(x) = x^3 - 6x^2$.

1. Apskaičiuokite $g'(2)$.

(2 taškai)

2. Raskite funkcijos $g(x)$ pirmąją funkciją $G(x)$.

(1 taškas)

3015118

9. Apskaičiuokite integralą $\int_{-1}^1 (1 - x)^3 dx$.

(3 taškai)

3005212

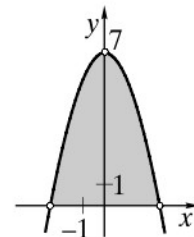
10. Apskaičiuokite $\int_{2\pi}^{\frac{5}{2}\pi} \cos x \, dx$. (3 taškai)

3000208

11. Duota $f'(x) = 2 \cos x$ ir $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$. Raskite $f(x)$. (4 taškai)

3011219

12. Brėžinyje pavaizduota figūra, apribota kreivėmis $y = 7 - x^2$ ir $y = 0$. Apskaičiuokite šios figūros plotą. (3 taškai)



3001216

13. Duota funkcija $f(x) = -2x + 4$.

1. Raskite funkcijos $f(x)$ tą pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $(2; 1)$. (2 taškai)
2. Apskaičiuokite kreivinės trapecijos, kurią riboja gautosios pirmąsios funkcijos grafikas bei ašis Ox , plotą. (3 taškai)

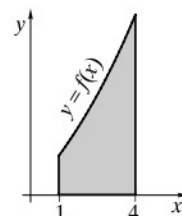
3004115

14. Duota funkcija $f(x) = \sqrt{2}x$, kai $x \geq 0$.

1. Parodykite, kad jos atvirkštinė funkcija $g(x) = \frac{1}{2}x^2$, kai $x \geq 0$. (1 taškas)
2. Raskite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ grafikų susikirtimo taškų abscises. (2 taškai)
3. Apskaičiuokite plotą figūros, kurią riboja funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ grafikai. (3 taškai)

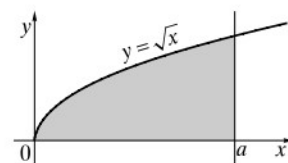
3007119

15. Apskaičiuokite nuspalvintos figūros plotą (žr. pav.), jei $f(x) = x\sqrt{x} + 1$. (3 taškai)



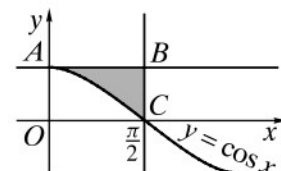
3007214

16. Su kuria a ($a > 0$) reikšme figūros, kurią riboja funkcijos $f(x) = \sqrt{x}$ grafikas ir tiesės $y = 0$ ir $x = a$, plotas lygus 18 kvadratinėms vienetų (žr. pav.)? (3 taškai)



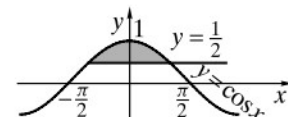
3010220

17. Apskaičiuokite plotą kreivinės trapecijos ABC , kurią riboja tiesės $y = 1$, $x = \frac{\pi}{2}$ ir funkcijos $y = \cos x$ grafikas (žr. pav.). (3 taškai)



3004211

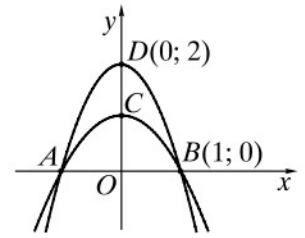
18. Brėžinyje pavaizduota figūra, apribota kreivėmis $y = \cos x$ ir $y = \frac{1}{2}$. Apskaičiuokite šios figūros plotą. (3 taškai)



3001115

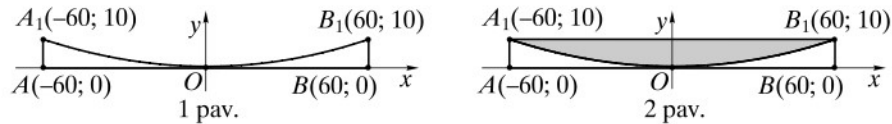
19. Paveiksle pavaizduoti funkcijų $y = -x^2 + 1$ ir $y = -2x^2 + 2$ grafikai.

1. Raskite taškų A ir C koordinates. (1 taškas)
2. Įrodykite, kad kreivinės figūros $ACBOA$ plotas lygus $\frac{4}{3}$. (2 taškai)
3. Apskaičiuokite kreivinės figūros $ADBCA$ plotą. (2 taškai)



3006117

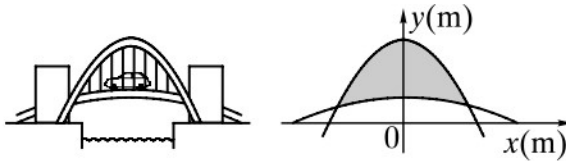
20. Koordinačių plokštumoje pavaizduota kabamojo tilto schema (žr. 1 pav.). Tiltro važiuojamoji dalis pažymėta AB , bokštai – A_1A ir B_1B . Tarp bokštų galų A_1 , B_1 ir taško O nutiestas lynas A_1OB_1 .



1. Lynas A_1OB_1 sudaro parabolės $y = ax^2$ formos lanką. Pagrįskite, kad $a = \frac{1}{360}$. (1 taškas)
2. Tarp bokštų galų A_1 ir B_1 buvo įtemptas dar vienas lynas. Tarp lynų A_1B_1 ir A_1OB_1 pritvirtintas šventinis tinklas (žr. 2 pav. pilkai nuspaltintą plotą). Apskaičiuokite tinklo užimamą plotą. (3 taškai)

3015221

21. Tiltro apsauginį skydą apriboja dvi parabolės $y = 40 - \frac{1}{30}x^2$ ir $y = 25 - \frac{1}{60}x^2$ (žr. pav.).

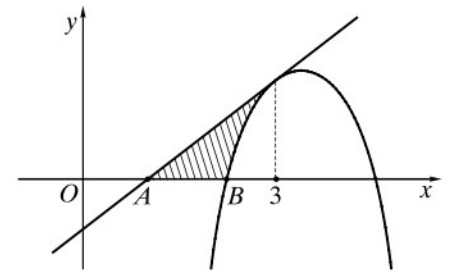


Apskaičiuokite skydo plotą. (Laikykite, kad vienetinę atkarpą koordinačių sistemoje atitinka 1 m. (4 taškai))

3009116

22. Paveiksle pavaizduota kreivė $y = -x^2 + 7x - 10$ ir jos liestinė, nubrėžta per tašką $(3; 2)$.

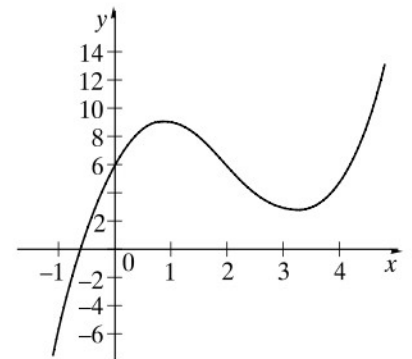
1. Parodykite, kad šios liestinės lygtis yra $y = x - 1$. (1 taškas)
2. Raskite taškų A ir B koordinates. (2 taškai)
3. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja parabolė, jos liestinė ir ašis Ox , plotą (žr. pav.). (3 taškai)



3008213

23. Duota funkcija $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + 6$. Tiesė $y = kx + b$ yra funkcijos $f(x)$ grafiko liestinė taške $x_0 = 3$.

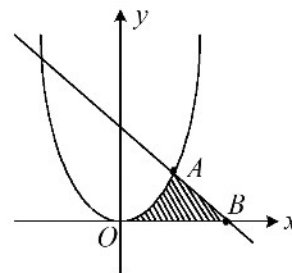
1. Apskaičiuokite k ir b reikšmes. (2 taškai)
2. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja funkcijos $f(x)$ grafikas ir jo liestinė taške $x_0 = 3$, plotą. (4 taškai)



3018123

24. Paveiksle pavaizduoti funkcijų $y = x^2$ ir $y = 2 - x$ grafikai.

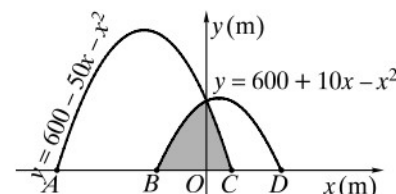
1. Raskite taškų A ir B koordinates. (2 taškai)
2. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja tų funkcijų grafikai ir teigiamą Ox dalis, plotą (žr. pav.). (3 taškai)



3008116

25. Žemiau pavaizduotas miesto parko, kurio teritorija apribota dviejų susikertančių parabolų $y = 600 - 50x - x^2$, $y = 600 + 10x - x^2$ ir ašies Ox , planas (žr. pav.). Nuspalsvinta dalis vaizduoja parko teritoriją, skirtą poilsiavietei.

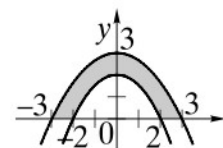
1. Apskaičiuokite taškų B ir C absceses. (2 taškai)
2. Apskaičiuokite parko teritorijos, skirtos poilsiavietei, plotą. (Laikykite, kad vienetinę atkarpą koordinatinių sistemoje atitinka 1 m.) (3 taškai)



3009215

26. Paveiksle pavaizduota figūra, apribota dviem parabolėmis ir Ox ašimi. Vienos parabolės lygtis yra $y = -\frac{1}{2}(x^2 - 4)$.

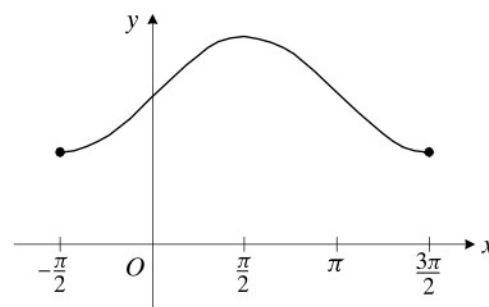
1. Remdamiesi paveikslo duomenimis, parodykite, kad antrosios parabolės lygtis yra $y = -\frac{1}{3}(x^2 - 9)$. (2 taškai)
2. Raskite figūros, apribotos parabole $y = -\frac{1}{2}(x^2 - 4)$ ir Ox ašimi, plotą. (2 taškai)
3. Raskite užbrūkšniuotos figūros (žr. pav.) plotą. (2 taškai)



3006216

27. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = \sin x + a$ grafikas intervale $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$; čia a – realusis skaičius. Funkcijos didžiausia reikšmė šiame intervale lygi 4, o mažiausia reikšmė lygi 2.

1. Raskite skaičių a . (1 taškas)
2. Per funkcijos grafiko tašką, kurio abscisė $x_0 = \pi$, nubrėžta liestinė. Kokio didumo kampą sudaro ši liestinė su teigiamąja ašies Ox kryptimi? (2 taškai)
3. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja funkcijos $f(x) = \sin x + a$ grafikas ir tiesės $y = 0$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, plotą. (2 taškai)

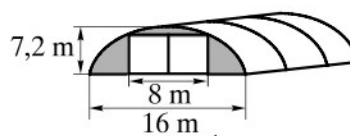


3013125

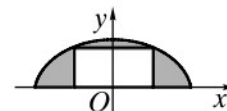
28. Parabolė, kurios šakos nukreiptos žemyn, kerta Ox ašį taškuose $x = 0$ ir $x = 1$. Plotas, apribotas parabole ir Ox ašimi, lygus 2. Raskite šios parabolės lygtį. (5 taškai)

3002117

29. Produktams sandėliuoti dažnai naudojami arkiniai angariai, kurių priekinės ir galinės sienos kraštas yra parabolės formos. Sakykime, kad į arkinio angaro priekinę sieną, kurios plotis ties žeme yra 16 m, o aukštis – 7,2 m, reikia įstatyti stačiakampio formos 8 m pločio duris, kurių viršutiniai kampai remtųsi į sienos kraštą (žr. 1 pav.).



1 pav.

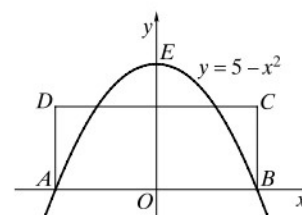


2 pav.

1. Parodykite, kad angaro priekinės sienos kraštą aprašančios parabolės, simetriškos Oy ašies atžvilgiu (žr. 2 pav.), lygtis yra $y = 7,2 - 0,1125x^2$. (2 taškai)
2. Apskaičiuokite durų plotą. (2 taškai)
3. Apskaičiuokite arkinio angaro priekinės sienos plotą be durų. (2 taškai)

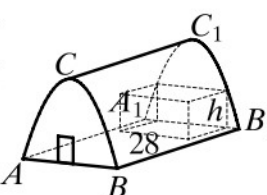
3010117

30. Stačiakampio $ABCD$ plotas lygus plotui figūros, kurią riboja parabolė $y = 5 - x^2$ ir ašis Ox . Apskaičiuokite stačiakampio $ABCD$ dviejų gretimų kraštinių ilgius. (5 taškai)

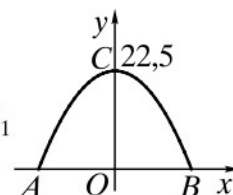


3011122

31. Ledo arenos pagrindas ABB_1A_1 yra stačiakampis. Priekinė ir galinė sienos statmenos pagrindui, lygios ir lygiagrečios. Jų kraštas yra parabolės $y = -0,1x^2 + 22,5$ formos (žr. pav.).



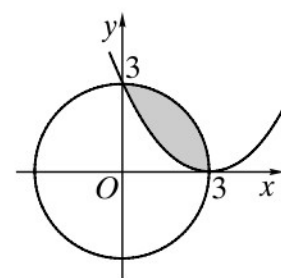
(2 taškai)



1. Apskaičiuokite atkarpos AB ilgį. (2 taškai)
2. Prie arenos galinės sienos įrengta 28 m pločio stačiakampio gretasienio formos pakyla. Dvi pakylų viršūnės priklauso galinės sienos kraštui (žr. pav.). Raskite pakylų aukštį h . (2 taškai)
3. Apskaičiuokite ledų arenos galinės sienos plotą. (3 taškai)

3017122

32. Apskritimas ir parabolė, kurios lygtis yra $y = ax^2 + bx + c$, kertasi taškuose $(0; 3)$ ir $(3; 0)$. Parabolės viršūnė yra taške $(3; 0)$, o apskritimo centras taške $(0; 0)$.

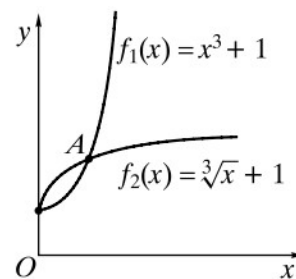


1. Raskite a , b ir c reikšmes. (3 taškai)
2. Apskaičiuokite užbrūkšniuotos figūros, apribotos parabole ir apskritimu, plotą (žr. brėžinį). (3 taškai)
3. Apskritimo styga, jungianti taškus $(0; 3)$ ir $(3; 0)$, dalija užbrūkšniuotą figūrą į dvi dalis. Ar šių dalių plotai lygūs? Atsakymą pagrįskite skaičiavimais. (2 taškai)

3016220

33. Paveiksle pavaizduoti funkcijų $f_1(x) = x^3 + 1$ ir $f_2(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ grafikai intervale $x \geq 0$.

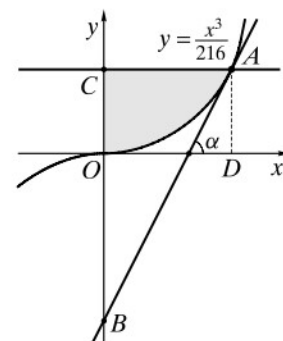
1. Įrodykite, kad taško A koordinatės yra $(1; 2)$. (2 taškai)
2. Apskaičiuokite plotą figūros, kuri yra apribota paveiksle pavaizduotais grafikais. (3 taškai)
3. Per $f_2(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ grafiko tašką A nubrėžta liestinė. Raskite kampą, kurį liestinė sudaro su teigiamąja ašies Ox kryptimi, tangentą. (2 taškai)



3013225

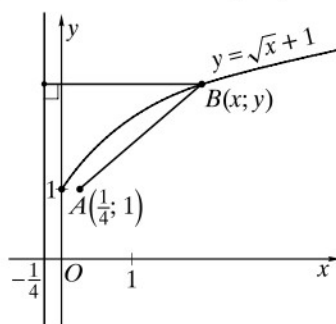
34. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = \frac{x^3}{216}$ grafikas, kurio taške A su Ox ašimi sudaro kampą α . Žinoma, kad $\tan \alpha = 2$.

1. Raskite taško A koordinatės. (2 taškai)
2. Parodykite, kad liestinės AB lygtis yra $y = 2x - 16$. (1 taškas)
3. Raskite liestinės susikirtimo su Oy ašimi taško B koordinatės. (1 taškas)
4. Figūrą ABO riboja funkcijos $y = \frac{x^3}{216}$ grafikas, liestinė AB ir Oy ašis. Figūrą AOC riboja funkcijos $y = \frac{x^3}{216}$ grafikas, Oy ašis ir tiesė AC , kuri yra lygiagreti Ox ašiai. Įrodykite, kad figūros ABO plotas yra lygus figūros AOC plotui. (3 taškai)

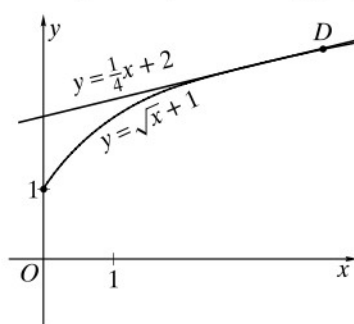


3014126

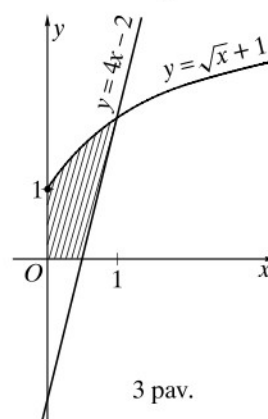
35. 1 pav. pavaizduotas funkcijos $y = \sqrt{x} + 1$ grafikas, taškas $A(\frac{1}{4}; 1)$ ir tiesė $x = -\frac{1}{4}$.



1 pav.



2 pav.

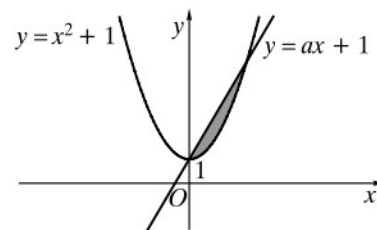


3 pav.

1. Įrodykite, kad atstumas nuo bet kurio grafiko taško B iki tiesės $x = -\frac{1}{4}$ taško C lygus atstumui tarp taškų A ir B . (3 taškai)
2. Funkcijos $y = \sqrt{x} + 1$ grafiko liestinės taške D lygtis yra $y = \frac{1}{4}x + 2$ (žr. 2 pav.). Apskaičiuokite taško D koordinatės. (3 taškai)
3. Apskaičiuokite plotą užbrūkšniuotos figūros (žr. 3 pav.), kurią riboja funkcijų $y = \sqrt{x} + 1$, $y = 4x - 2$ grafikais bei koordinačių ašys Ox ir Oy . (3 taškai)

3012131

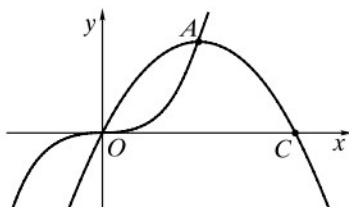
36. Figūra yra ribojama parabolės $y = x^2 + 1$ ir tiesės $y = ax + 1$; čia $a > 0$ (žr. pav.). Su kuria a reikšme šios figūros plotas lygus 36? (5 taškai)



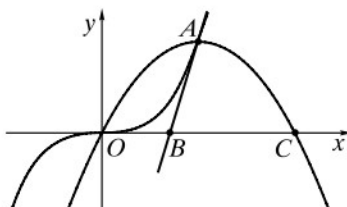
3015123

37. Paveiksle pavaizduoti funkcijų $y = x^3$ ir $y = -x(x - 2)$ grafikų eskizai. Intervale $[0; 2]$ grafikai kertasi taškuose O ir A .

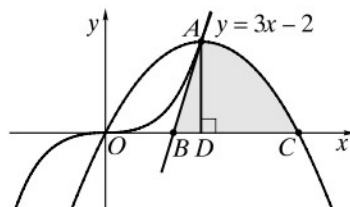
1. Grafikų susikirtimo taško A koordinatės yra $(1; 1)$ (žr. 1 pav.). Pagrįskite šį teiginį. (1 taškas)
2. Per tašką $A(1; 1)$ nubrėžta funkcijos $y = x^3$ grafiko liestinė kerta Ox ašį taške B (žr. 2 pav.). Pagrįskite teiginį, kad šios liestinės lygtis yra $y = 3x - 2$. (2 taškai)
3. Apskaičiuokite plotą pilkos figūros BAC , kurią riboja funkcijų $y = 0$, $y = 3x - 2$ ir $y = -x(x - 2)$ grafikai (žr. 3 pav.). (4 taškai)



1 pav.



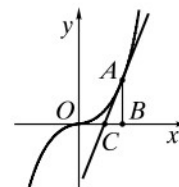
2 pav.



3 pav.

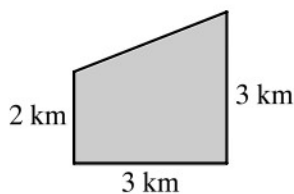
3014229

38. Per funkcijos $y = x^3$ grafiko tašką A , kurio abscisė x_0 yra teigiama, nubrėžta liestinė AC (žr. pav.). Įrodykite, kad trikampio ABC , kurio kraštinė $AB \perp Ox$, plotas yra dvigubai didesnis už figūros OAC plotą. (5 taškai)

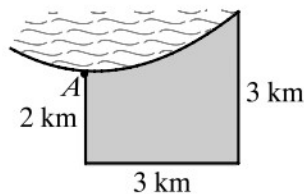


3005117

39. Atkuriant žemės nuosavybę, ūkininkui vietoj trapezijos formos sklypo (žr. 1 pav.) buvo pasiūlytas sklypas prie ežero, kurio krantas yra parabolės formos. Parabolės viršūnė taške A (žr. 2 pav.).



1 pav.



2 pav.

Kiek kvadratinį kilometrų žemės prarastų ūkininkas, jei paimtų pasiūlytą sklypą prie ežero?

(6 taškai)

3003218

40. Figūra apribota kreivėmis $y = -x$ ir $y = x^2 + ax + 6$. Parabolės liestinė, nubrėžta per tašką, kurio abscisė $x = -3$, su ašimi Ox sudaro kampą $\alpha = \pi - \arctg 2$. Apskaičiuokite tos figūros plotą. (8 taškai)

3002218